

Mathématiques – Terminale

Spécialité Mathématiques – Cahier d'exercices

M. Fall – Professeur de Mathématiques
Cours particuliers – Classe de Terminale Spé Maths

Entraînement niveau moyen et approfondissement – Programme officiel en vigueur 2026–2027

Table des matières

1	Combinatoire et dénombrement	2
2	Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites et plans	2
3	Orthogonalité et distances dans l'espace	2
4	Suites	3
5	Limites de fonctions	3
6	Compléments sur la dérivation	3
7	Continuité et théorème des valeurs intermédiaires	4
8	Fonction logarithme	4
9	Fonctions sinus et cosinus	4
10	Primitives et équations différentielles	4
11	Calcul intégral	5
12	Succession d'épreuves indépendantes – Loi binomiale	5
13	Sommes de variables aléatoires	6
14	Concentration et loi des grands nombres	6
15	Algorithmique, programmation et logique	6

1 Combinatoire et dénombrement

Entraînement – Exercice 1

Une classe compte 18 filles et 14 garçons. On choisit successivement un président, un vice-président et un secrétaire.

- Combien de bureaux peut-on former ?
- Combien contiennent une fille présidente ?
- Combien contiennent exactement deux filles ?

Entraînement – Exercice 2

Développer $(2x - 1)^6$ à l'aide de la formule du binôme de Newton. Donner ensuite le coefficient de x^4 .

Approfondissement – Dénombrement

Un code comporte 6 caractères choisis parmi 10 chiffres et 26 lettres majuscules, avec répétitions autorisées. Combien de codes contiennent exactement deux chiffres ? Combien contiennent au moins un chiffre ?

2 Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites et plans

Entraînement – Exercice 3

Dans un repère de l'espace, $A(1; 0; 2)$, $B(3; -1; 4)$ et $C(0; 2; 1)$. Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis déterminer s'ils sont colinéaires.

Entraînement – Exercice 4

On considère le plan $P : 2x - y + z - 3 = 0$ et la droite

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Déterminer le point d'intersection éventuel de d et P .

Approfondissement – Coplanarité

On donne $\vec{u} = (1; 2; -1)$, $\vec{v} = (2; -1; 3)$ et $\vec{w} = (5; 0; 5)$. Déterminer si ces trois vecteurs sont coplanaires en recherchant des réels a, b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.

3 Orthogonalité et distances dans l'espace

Entraînement – Exercice 5

On donne $\vec{u} = (1; 2; 2)$ et $\vec{v} = (2; 1; -2)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Les vecteurs sont-ils orthogonaux ?

Entraînement – Exercice 6

Soit le plan $P : 2x - 2y + z - 5 = 0$ et le point $A(1; 2; 4)$. Donner un vecteur normal à P et calculer la distance de A au plan P .

Approfondissement – Projection orthogonale

Déterminer le projeté orthogonal du point $A(2; 1; 0)$ sur le plan $P : x + 2y + 2z - 3 = 0$.

4 Suites**Entraînement – Exercice 7**

On définit $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 0,8u_n + 6$. Calculer u_1, u_2, u_3 . Déterminer le réel ℓ vérifiant $\ell = 0,8\ell + 6$, puis poser $v_n = u_n - \ell$ et montrer que (v_n) est géométrique.

Entraînement – Exercice 8

Étudier la monotonie et la convergence de la suite $u_n = \frac{3n+1}{n+2}$.

Approfondissement – Récurrence et limite

Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$. Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 3$, étudier la monotonie, puis déterminer sa limite.

5 Limites de fonctions**Entraînement – Exercice 9**

Calculer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}.$$

Entraînement – Exercice 10

Étudier les limites de $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ en 1^- , 1^+ , $+\infty$ et $-\infty$. En déduire les asymptotes.

Approfondissement – Croissances comparées

Déterminer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}.$$

6 Compléments sur la dérivation**Entraînement – Exercice 11**

Soit $f(x) = x^2 e^{-x}$. Calculer $f'(x)$, étudier son signe sur $[0; +\infty[$ et dresser le tableau de variations.

Entraînement – Exercice 12

Soit $g(x) = \ln(x^2 + 1)$. Calculer $g'(x)$ et étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

Approfondissement – Convexité

Soit $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2$. Calculer $f''(x)$, étudier la convexité et déterminer les éventuels points d'inflexion.

7 Continuité et théorème des valeurs intermédiaires

Entraînement – Exercice 13

Soit $f(x) = x^3 + x - 1$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0; 1]$. Encadrer α entre deux dixièmes consécutifs.

Entraînement – Exercice 14

Soit $f(x) = e^x - x - 2$. Étudier les variations de f et montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède exactement deux solutions réelles.

Approfondissement – Dichotomie

Écrire un programme Python qui détermine par dichotomie une valeur approchée à 10^{-6} près de la solution de $x^3 + x - 1 = 0$ située dans $[0; 1]$.

8 Fonction logarithme

Entraînement – Exercice 15

Simplifier $\ln(e^3)$, $\ln(5e^2)$ et $\ln(25) - 2\ln(5)$. Résoudre $\ln x = 2$ et $\ln(x - 1) = \ln 4$.

Entraînement – Exercice 16

Résoudre sur leur domaine :

$$\ln x + \ln(x - 2) = \ln 3, \quad \ln x \leq 1.$$

Approfondissement – Étude avec logarithme

Étudier les variations de $f(x) = x \ln x - x$ sur $]0; +\infty[$, puis déterminer son minimum et ses zéros.

9 Fonctions sinus et cosinus

Entraînement – Exercice 17

Pour $f(x) = \sin x + \cos x$, calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f sur $[0; 2\pi]$.

Entraînement – Exercice 18

Résoudre sur $[0; 2\pi[$:

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

Approfondissement – Équation trigonométrique

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $\sin(2x) = \cos x$.

10 Primitives et équations différentielles

Entraînement – Exercice 19

Déterminer une primitive sur l'intervalle adapté de chacune des fonctions :

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 5, \quad g(x) = e^{2x}, \quad h(x) = \frac{1}{x}.$$

Entraînement – Exercice 20

Résoudre $y' = 3y$ avec $y(0) = 2$, puis résoudre $y' = -2y + 6$ avec $y(0) = 1$.

Approfondissement – Modélisation

Une population $P(t)$ vérifie $P' = 0,04P$ et $P(0) = 1200$. Déterminer $P(t)$ puis le temps nécessaire pour dépasser 2000 individus.

11 Calcul intégral

Entraînement – Exercice 21

Calculer

$$\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx \quad \text{et} \quad \int_1^e \frac{1}{x} dx.$$

Entraînement – Exercice 22

Calculer l'aire comprise entre la courbe $y = x^2$ et la droite $y = 2x$ sur $[0; 2]$.

Approfondissement – Valeur moyenne

Calculer la valeur moyenne de $f(x) = e^x$ sur $[0; 1]$. Interpréter graphiquement le résultat.

12 Succession d'épreuves indépendantes – Loi binomiale

Entraînement – Exercice 23

On répète 10 fois une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès $p = 0,3$. Si X compte les succès, donner la loi de X , puis calculer $P(X = 4)$ et $P(X \geq 1)$.

Entraînement – Exercice 24

Une pièce est défectueuse avec probabilité 0,02. On contrôle 50 pièces indépendantes. Calculer la probabilité d'avoir exactement deux pièces défectueuses et l'espérance du nombre de défauts.

Approfondissement – Seuil binomial

Un candidat répond au hasard à 20 questions comportant chacune 4 réponses dont une seule correcte. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 10 bonnes réponses ? Donner une expression exacte et une approximation numérique.

13 Sommes de variables aléatoires

Entraînement – Exercice 25

X et Y sont indépendantes, avec $E(X) = 3$, $V(X) = 2$, $E(Y) = -1$ et $V(Y) = 5$. Calculer $E(2X - Y + 4)$ et $V(X + Y)$.

Entraînement – Exercice 26

On lance 30 fois un dé équilibré et X_i vaut 1 si le i -ème lancer donne 6, 0 sinon. On pose $S = X_1 + \dots + X_{30}$. Donner $E(S)$ et $V(S)$.

Approfondissement – Moyenne d'échantillon

Des variables $X_1, \dots, X_n$ sont indépendantes, de même espérance μ et de même variance σ^2 . Pour $\bar{X}_n = (X_1 + \dots + X_n)/n$, établir $E(\bar{X}_n)$ et $V(\bar{X}_n)$.

14 Concentration et loi des grands nombres

Entraînement – Exercice 27

Une variable X a pour espérance 50 et variance 16. À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, majorer $P(|X - 50| \geq 8)$.

Entraînement – Exercice 28

On répète n fois une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,4$ et F_n est la fréquence des succès. Majorer $P(|F_n - 0,4| \geq 0,05)$ par Bienaymé-Tchebychev. Quelle valeur de n suffit pour rendre cette majoration inférieure ou égale à 0,05 ?

Approfondissement – Simulation et grands nombres

Écrire un programme Python qui simule des fréquences de succès d'une Bernoulli de paramètre 0,4 pour $n = 10, 100, 1000, 10000$ et illustre la stabilisation des fréquences.

15 Algorithmique, programmation et logique

Entraînement – Exercice 29

Écrire une fonction Python `premier_rang(a)` renvoyant le premier entier n tel que $0,8^n < a$, pour $0 < a < 1$.

Entraînement – Exercice 30

Écrire une fonction Python calculant $\sum_{k=1}^n k^2$, puis comparer le résultat à la formule $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ pour plusieurs valeurs de n .

Approfondissement – Synthèse

On considère $f(x) = x - \ln x$ sur $]0; +\infty[$.

- Étudier les variations de f .
- Montrer que $f(x) \geq 1$.
- Étudier l'équation $x - \ln x = 2$ et montrer qu'elle possède exactement deux solutions.

d) Proposer une méthode numérique pour les approcher.