

Mathématiques – Terminale

Spécialité Mathématiques – Corrigé détaillé

M. Fall – Professeur de Mathématiques
Cours particuliers – Classe de Terminale Spé Maths

Corrections détaillées – Programme officiel en vigueur 2026-2027

Table des matières

1	Combinatoire et dénombrement	2
2	Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites et plans	2
3	Orthogonalité et distances dans l'espace	2
4	Suites	3
5	Limites de fonctions	3
6	Compléments sur la dérivation	3
7	Continuité et théorème des valeurs intermédiaires	4
8	Fonction logarithme	4
9	Fonctions sinus et cosinus	4
10	Primitives et équations différentielles	5
11	Calcul intégral	5
12	Succession d'épreuves indépendantes – Loi binomiale	5
13	Sommes de variables aléatoires	6
14	Concentration et loi des grands nombres	6
15	Algorithmique, programmation et logique	6

1 Combinatoire et dénombrement

Correction – Exercice 1

$32 \cdot 31 \cdot 30 = 29760$ bureaux. Fille présidente : $18 \cdot 31 \cdot 30 = 16740$. Exactement deux filles : $3 \cdot 14 \cdot 18 \cdot 17 = \boxed{12852}$.

Correction – Exercice 2

$(2x - 1)^6 = 64x^6 - 192x^5 + 240x^4 - 160x^3 + 60x^2 - 12x + 1$. Coefficient de x^4 : $\boxed{240}$.

Correction – Approfondissement : Dénombrement

Exactement deux chiffres : $\boxed{\binom{6}{2} 10^2 26^4}$. Au moins un chiffre : complément de « aucune chiffre », soit $\boxed{36^6 - 26^6}$.

2 Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites et plans

Correction – Exercice 3

$\overrightarrow{AB} = (2; -1; 2)$ et $\overrightarrow{AC} = (-1; 2; -1)$. Ils ne sont pas proportionnels : ils ne sont pas colinéaires.

Correction – Exercice 4

En substituant : $2(1 + 2t) - (-1 + t) + (2 - 3t) - 3 = 2$. L'équation $2 = 0$ est impossible : d est parallèle à P et ne le coupe pas.

Correction – Approfondissement : Coplanarité

Les équations donnent $a = 1$, $b = 2$, et la troisième coordonnée est vérifiée. Ainsi $\boxed{\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}}$: les vecteurs sont coplanaires.

3 Orthogonalité et distances dans l'espace

Correction – Exercice 5

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 + 2 - 4 = 0$. Donc $\boxed{\vec{u} \perp \vec{v}}$.

Correction – Exercice 6

Un vecteur normal est $(2; -2; 1)$. $d(A, P) = \frac{|2 - 4 + 4 - 5|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \boxed{1}$.

Correction – Approfondissement : Projection orthogonale

La normale est $(1; 2; 2)$. Écrire $H = A + t(1; 2; 2)$ et imposer $H \in P$ donne $t = -1/9$. Ainsi $\boxed{H(17/9; 7/9; -2/9)}$.

4 Suites

Correction – Exercice 7

$u_1 = 10, u_2 = 14, u_3 = 17, 2$. Le point fixe est $\ell = 30$. Pour $v_n = u_n - 30, v_{n+1} = 0,8v_n$, donc $u_n = 30 - 25(0,8)^n$.

Correction – Exercice 8

$u_{n+1} - u_n = \frac{5}{(n+2)(n+3)} > 0$. La suite est croissante et $\lim u_n = \boxed{3}$.

Correction – Approfondissement : Récurrence et limite

Par récurrence, $1 \leq u_n \leq 3$. La suite est croissante et majorée, donc convergente. Sa limite ℓ vérifie $\ell = \sqrt{2\ell+3}$, donc $\ell \in \{-1, 3\}$. Comme $\ell \geq 1$, $\boxed{\ell = 3}$.

5 Limites de fonctions

Correction – Exercice 9

Les trois limites valent respectivement $\boxed{3}, \boxed{0}$ et $\boxed{1}$.

Correction – Exercice 10

$\lim_{1-} f = -\infty, \lim_{1+} f = +\infty$ et $\lim_{\pm\infty} f = 2$. Asymptotes : $\boxed{x = 1}$ et $\boxed{y = 2}$.

Correction – Approfondissement : Croissances comparées

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0.$$

6 Compléments sur la dérivation

Correction – Exercice 11

$f'(x) = xe^{-x}(2-x)$. Sur $[0, +\infty[$, f croît sur $[0, 2]$, puis décroît. Maximum : $\boxed{4e^{-2}}$ en $x = 2$.

Correction – Exercice 12

$g'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$. Donc g décroît sur $] -\infty, 0]$, puis croît sur $[0, +\infty[$. Minimum : $\boxed{0}$.

Correction – Approfondissement : Convexité

$f''(x) = 12(x-1)^2 \geq 0$. Donc f est convexe sur $\mathbb{R}$. Il n'y a pas de point d'inflexion car f'' ne change pas de signe.

7 Continuité et théorème des valeurs intermédiaires

Correction – Exercice 13

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. f est strictement croissante. Comme $f(0) = -1$ et $f(1) = 1$, le TVI donne une unique racine. $f(0,6) < 0 < f(0,7)$, donc $0,6 < \alpha < 0,7$.

Correction – Exercice 14

$f'(x) = e^x - 1$. f décroît jusqu'à 0, puis croît. $f(0) = -1$ et $f(x) \rightarrow +\infty$ aux deux extrémités du domaine : il y a exactement deux solutions.

Correction – Approfondissement : Dichotomie

```
def f(x):
    return x**3 + x - 1
a, b = 0.0, 1.0
while b-a > 1e-6:
    m = (a+b)/2
    if f(a)*f(m) <= 0:
        b = m
    else:
        a = m
print((a+b)/2)
```

On obtient environ $0,682328$.

8 Fonction logarithme

Correction – Exercice 15

$\ln(e^3) = 3$, $\ln(5e^2) = \ln 5 + 2$, $\ln 25 - 2 \ln 5 = 0$. Solutions : $x = e^2$ puis $x = 5$.

Correction – Exercice 16

Pour la première, $x > 2$ et $x(x-2) = 3$, d'où $x = 3$. Pour la seconde : $0 < x \leq e$.

Correction – Approfondissement : Étude avec logarithme

$f'(x) = \ln x$. La fonction décroît sur $]0, 1]$, croît sur $[1, +\infty[$ et son minimum vaut -1 . $f(x) = 0 \iff x(\ln x - 1) = 0$; sur le domaine, $x = e$.

9 Fonctions sinus et cosinus

Correction – Exercice 17

$f'(x) = \cos x - \sin x$. Zéros : $\pi/4$ et $5\pi/4$. Croissance sur $[0, \pi/4]$, décroissance sur $[\pi/4, 5\pi/4]$, croissance sur $[5\pi/4, 2\pi]$.

Correction – Exercice 18

$(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$. Sur $[0, 2\pi[$: $x \in \{0, 2\pi/3, 4\pi/3\}$.

Correction – Approfondissement : Équation trigonométrique

$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$, donc $\cos x(2 \sin x - 1) = 0$. Ainsi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

10 Primitives et équations différentielles**Correction – Exercice 19**

Primitives : $F = x^3 - 2x^2 + 5x$, $G = \frac{1}{2}e^{2x}$, $H = \ln|x|$, à une constante près.

Correction – Exercice 20

$y' = 3y$, $y(0) = 2$ donne $y = 2e^{3x}$. $y' = -2y + 6$, $y(0) = 1$ donne $y = 3 - 2e^{-2x}$.

Correction – Approfondissement : Modélisation

$P(t) = 1200e^{0,04t}$. $P(t) > 2000 \iff t > \frac{\ln(5/3)}{0,04} \approx 12,77$ ans.

11 Calcul intégral**Correction – Exercice 21**

$\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx = [x^3 - x^2 + x]_0^2 = 6$. Et $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.

Correction – Exercice 22

Sur $[0, 2]$, $2x - x^2 \geq 0$. Aire = $\int_0^2 (2x - x^2) dx = \frac{4}{3}$.

Correction – Approfondissement : Valeur moyenne

$m = \int_0^1 e^x dx = e - 1$. C'est la hauteur du rectangle de base $[0, 1]$ ayant la même aire que l'aire sous la courbe.

12 Succession d'épreuves indépendantes – Loi binomiale**Correction – Exercice 23**

$X \sim \mathcal{B}(10; 0,3)$. $P(X = 4) = \binom{10}{4} 0,3^4 0,7^6$ et $P(X \geq 1) = 1 - 0,7^{10}$.

Correction – Exercice 24

$X \sim \mathcal{B}(50; 0,02)$. $P(X = 2) = \binom{50}{2} 0,02^2 0,98^{48}$ et $E(X) = 1$.

Correction – Approfondissement : Seuil binomial

$X \sim \mathcal{B}(20; 1/4)$ et $P(X \geq 10) = \sum_{k=10}^{20} \binom{20}{k} (1/4)^k (3/4)^{20-k}$.

13 Sommes de variables aléatoires

Correction – Exercice 25

$E(2X - Y + 4) = 2E(X) - E(Y) + 4 = \boxed{11}$. Par indépendance, $V(X + Y) = 2 + 5 = \boxed{7}$.

Correction – Exercice 26

$S \sim \mathcal{B}(30; 1/6)$. Donc $E(S) = \boxed{5}$ et $V(S) = 30 \frac{1}{6} \frac{5}{6} = \boxed{\frac{25}{6}}$.

Correction – Approfondissement : Moyenne d'échantillon

$E(\bar{X}_n) = \boxed{\mu}$ et, par indépendance, $V(\bar{X}_n) = \boxed{\sigma^2/n}$.

14 Concentration et loi des grands nombres

Correction – Exercice 27

$$P(|X - 50| \geq 8) \leq \frac{16}{64} = \boxed{\frac{1}{4}}.$$

Correction – Exercice 28

$V(F_n) = 0,24/n$. Donc $P(|F_n - 0,4| \geq 0,05) \leq \frac{96}{n}$. Pour une borne $\leq 0,05$, il suffit de prendre $\boxed{n \geq 1920}$.

Correction – Approfondissement : Simulation et grands nombres

```
from random import random
def freq(n, p=0.4):
    s = 0
    for i in range(n):
        if random() < p:
            s += 1
    return s/n
for n in [10, 100, 1000, 10000]:
    print(n, freq(n))
```

15 Algorithmique, programmation et logique

Correction – Exercice 29

```
def premier_rang(a):
    n, u = 0, 1.0
    while u >= a:
        u *= 0.8
        n += 1
    return n
```

Correction – Exercice 30

```
def somme_carres(n):  
    s = 0  
    for k in range(1, n+1):  
        s += k*k  
    return s  
  
for n in [1, 2, 5, 10, 100]:  
    print(n, somme_carres(n),  
          n*(n+1)*(2*n+1)//6)
```

Correction – Approfondissement : Synthèse

$f'(x) = (x - 1)/x$. Donc f décroît sur $]0, 1]$, croît sur $[1, +\infty[$ et $f(1) = 1$, d'où $\boxed{f(x) \geq 1}$. Comme $f \rightarrow +\infty$ en 0^+ et en $+\infty$, l'équation $f(x) = 2$ possède exactement deux solutions, approchables par dichotomie.